

A

? Question

你要生成两个字符串。

起初有两个空串，你可以在任意一个后加任意字母，或者把一个串复制并覆盖掉另一个串。
求最小操作次数，使得两个串和给定的两个串相同。

$$n, m \leq 100$$

注意到覆盖操作显然只会发生至多一次。

故覆盖 lcp 是最优的。

值得注意的是，可以不覆盖，此时无 lcp。

B

? Question

$$f_{n,0} = f_{n,n} = 1, f_{n,m} = f_{n-1,m-1} + f_{n-1,m+1}.$$

给定 n, m ，求 $f_{n,m}$ 。

$$t \leq 10^5, m \leq n \leq 10^5$$

题解给了暴力展开转移式变为二项式系数的做法。

考虑网格图，枚举转移起点有：

$$\sum_{i=0}^n \binom{m}{i} = \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} = 2^m.$$

C

? Question

有一个可重集合，支持如下选取方式：

第一次任选，设上一次选了 x ，则下一次可选 $x, x+1$ 。

要求选的数的众数不超过 k ，求最长的选数个数。

$$n \leq 10^5$$

显然是选择连续的不超过 k 种数全部选择。
排序后双指针一下就可以。
有一说一双指针算是这种问题的最好的实现方式了。

D

Question

有一个长为 n 的任务序列，上面有三种任务，分别是分发灵光点，检查力量和检查智力。当你获得灵光点的时候，你可以给力量和智力中的一个加一点，这种操作只有 m 个。检查某一数值为 v ，若你当前的该数值不小于检查标准数值，则通过。请最大化通过检查个数。

$$n \leq 10^6, m \leq 5 \times 10^3$$

检查不具有单调性，因为可以从中间某个任务开始做。
应该把转移式写出来看看的。

直接写朴素的转移式，设 $f_{i,j}$ 表示考虑了前 i 个任务，其中 j 个分配给力量的最优值。转移显然，分别是分配点数和检查任务，第一个暴力做即可，第二个是区间加。区间加也只需打一个标记，可以看作变换设的状态为考虑了前 i 个加灵光点。

E

Question

有 n 种花色和 m 种等级组成的 $n \times m$ 张牌。
规定牌的序：
若两张牌花色不同，那么其中 1 花色的那张更大。
若两张牌花色相同，等级高的那张更大。
现在要把这些牌均分给 A 和 B，要求存在一种配对方案，使得每个对都是 A 的牌比 B 的大。
求这样的分配牌的方案数。

$$n, m \leq 500$$

保证 m 为偶数。

分配形如：
对于 1 来说，要至少配对，可能 A 有更多。
对于其他花色来说，至少配对，可能 B 有更多。
这两种方案是等价的，只需反过来做合法括号序列即可。

值得注意的是，应用多步容斥可以把 dp 变为组合数，做到 $\mathcal{O}(m)$ 。
然后需要做一个背包，使得 A 更多的，和其他花色中 B 更多的之和相等。
背包形如一个泛化物品合并 n 次，可以用多项式快速幂做到 $\mathcal{O}(m \log m \log n)$ 。
嗯，反正 $\mathcal{O}(nm^2)$ 的复杂度就是最劣的了。

F

【CF2025F】Choose Your Queries

Question

[Luogu](#)

给定一张无向图，要求对该图重定向，使得出度为奇数的点个数最少。
输出方案。

$$n, m \leq 3 \times 10^5$$

思路解析

奇偶性图论题，是不是很熟悉???

注意到这个限制实际上是非常弱的，感觉很容易调整。

答案会走向两个极端，一种是不可想的贪心流一侧，另一种是结论式的构造。

考虑下界并试图构造。

把问题放到 dfs 树（无向图无横叉边）上去考虑，调整。

正解

设一个点在一种方案中的出度为 d_i ，则答案为 $\sum d_i \bmod 2$ 。

显然有一个下界：

$$(\sum d_i \bmod 2) \bmod 2 = (\sum d_i) \bmod 2。$$

$$\sum d_i \bmod 2 \geq (\sum d_i) \bmod 2。$$

考虑对每个连通块去尝试构造这个下界。

奇偶性的问题考虑任意一棵搜索树。

（实际上这里的思维是一个由一般到特殊的过程）

注意到无向图在搜索树上

那么考虑归纳的构造，设 $solve(u)$ 表示对于 u 子树内调整后除 u 以外都是偶数。

如果这一步能做到的话，只需把树边尽儿子挂到 u 上，归纳起来即可构造。

这样最后就构造出只有一个点不一定是偶数，于是卡到了下界。

问题在于这道题过于好调整，只要提供一个序就很好去优化（实际上甚至不需要考虑构造），这时候 dfs 树就是很优的了。

G

【CF2025G】Variable Damage

Question

Luogu

对于一个角色和盾的集合，我们能用电量来描述角色和盾。

每个角色至多持有一个盾。

每次对所有角色和盾造成相同的伤害，且总伤害为 1，即每个实体收到 $\frac{1}{a+b}$ 的伤害。

盾破裂当且仅当自身血量耗尽或持有它的角色死亡。

分配盾给角色，最大化他们支撑的回合数。

起初为空，动态插入角色和盾，每次插入后求出答案。

$$q \leq 3 \times 10^5, a_i \leq 10^9$$

相当长，有一点 trick 的套路题。

思路解析

考虑模拟。

推式子。

贪心最优。

进行贪心过程的分析并优化，建模。

分块维护。

正解

考虑已经给定了关系怎么做。

发现这个分数在打掉一点伤害前不会变化，则可以变化为对每一点伤害的存活实体数计数。

拆贡献，这样每个实体恰好被计算了 a_i 次，故总式为 $\sum a_i + \sum \min(a_i, b_i)$ 。

另一个角度，由于每轮的伤害总和确定，且伤害不会打到死亡的人身上，故总轮数也就是总血量了。

只需考虑第二个式子，想想什么时候最优。

发现只需两者都排序后从大到小匹配，邻项交换容易证明。

直接维护看起来是困难的，我们从静态的问题上刻画该过程。

发现可以把二者一起排序，扫描线的时候维护角色个数和盾个数的差即可。

这样去除了 $\min(a, b)$ 必须匹配起来才能计算的过程，而是可以直接通过扫描线扫到的时候来确认。

这样我们确认了一个流程，只依赖于前缀差这唯一——一个属性，且每一位是否贡献进来只取决于这个前缀差。

离散化（等值不同）并维护前缀和数组，支持单点激活，区间 ± 1 ，维护所有 ≥ 0 和 ≤ 0 的和。

[【纪中模拟】树上二维偏序问题](#) 这道题我写过了，只需均摊地值域分块即可。